

Связь между напряжённостью электростатического поля и разность потенциалов. Эквипотенциальные поверхности

Какие две характеристики электростатического поля вы уже знаете? Как они определяются?

Для чего электрическое поле изображают силовыми линиями?

Каждой точке электрического поля соответствуют определённые значения потенциала и напряжённости. Найдём связь напряжённости электрического поля с разностью потенциалов.

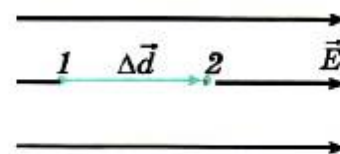


Рис. 14.33

Пусть заряд q перемещается в направлении вектора напряжённости однородного электрического поля E из точки 1 в точку 2, находящуюся на расстоянии Δd от точки 1 (рис. 14.33). Электрическое поле совершает работу

$$A = qE\Delta d.$$



Вспомните, работу, какой силы мы имеем в виду, когда говорим о работе электростатического поля.

Эту работу согласно формуле (14.19) можно выразить через разность потенциалов между точками 1 и 2:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = -q\Delta\varphi = qU. \quad (14.20)$$

Приравнявая выражения для работы, найдём модуль вектора напряжённости поля:

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta d} = \frac{U}{\Delta d}.$$

(14.21)

В этой формуле U — разность потенциалов между точками 1 и 2, лежащими на одной силовой линии поля (см. рис. 14.33).

Формула (14.21) показывает: чем меньше меняется потенциал на расстоянии Δd , тем меньше напряжённость электростатического поля. Если потенциал не меняется совсем, то напряжённость поля равна нулю.

Так как при перемещении положительного заряда в направлении вектора напряжённости $\vec{E}$ электростатическое поле совершает положительную работу

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) > 0,$$

то потенциал φ_1 больше потенциала φ_2 .

Важно

Напряжённость электрического поля направлена в сторону убывания потенциала.

Любое электростатическое поле в достаточно малой области пространства можно считать однородным.

Формула (14.21) справедлива для произвольного электростатического поля, если только расстояние Δd настолько мало, что изменением напряжённости поля на этом расстоянии можно пренебречь.

Сравним поле силы тяжести и однородное электростатическое поле.

Характеристика поля	Поле силы тяжести	Однородное электростатическое поле
Сила	Сила тяжести $m\vec{g}$, консервативная сила	Электростатическая сила $q\vec{E}$, консервативная сила
Силовая характеристика	Ускорение свободного падения $\vec{g}$	Напряжённость электрического поля $\vec{E}$
Работа	Работа при перемещении тела массой m не зависит от траектории, а зависит только от положения начальной и конечной точек траектории. Работа силы тяжести при перемещении тела по замкнутой траектории равна нулю	Работа при перемещении заряда q не зависит от траектории, а зависит только от положения начальной и конечной точек траектории. Работа электростатической силы при перемещении заряда по замкнутой траектории равна нулю
Энергия	Для определения потенциальной энергии надо выбрать нулевой уровень её отсчёта. При подъёме тела на высоту h над этим уровнем потенциальная энергия равна $W_{\text{п}} = mgh$	Для определения потенциальной энергии заряда в электростатическом поле надо выбрать нулевой уровень отсчёта. При смещении положительного заряда относительно нулевого уровня отсчёта в направлении, противоположном направлению напряжённости на Δd , потенциальная энергия заряда равна $W_{\text{п}} = -qE\Delta d$
Потенциал	—	Потенциал $\varphi = \frac{A}{q} = \frac{W_{\text{п}}}{q}$. Считается, что на бесконечности потенциальная энергия равна нулю

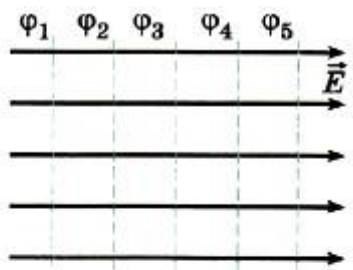
Единица напряжённости электрического поля. Единицу напряжённости электрического поля в СИ устанавливают, используя формулу (14.21).

Важно

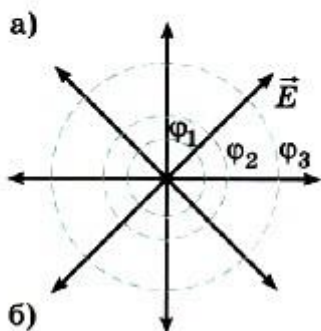
Напряжённость электрического поля численно равна единице, если разность потенциалов между двумя точками, лежащими на одной силовой линии, на расстоянии 1 м в однородном поле равна 1 В.

Единица напряжённости — *вольт на метр* (В/м).

Напряжённость, как мы уже знаем, можно также выражать в ньютонах на кулон. Действительно,



$$1 \frac{\text{В}}{\text{м}} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \cdot \frac{1}{\text{м}} = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл}} \cdot \frac{1}{\text{м}} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$



Эквипотенциальные поверхности. При перемещении заряда под углом 90° к силовым линиям электрическое поле не совершает работу, так как электростатическая сила перпендикулярна перемещению. Значит, если провести поверхность, перпендикулярную в каждой её точке силовым линиям, то при перемещении заряда вдоль этой поверхности работа не совершается. А это означает, что все точки поверхности, перпендикулярной силовым линиям, имеют один и тот же потенциал.

Рис. 14.34

Запомни

Поверхности равного потенциала называют **эквипотенциальными**.

Эквипотенциальные поверхности однородного поля представляют собой плоскости (рис. 14.34, а), а поля точечного заряда — концентрические сферы (рис. 14.34, б).

Эквипотенциальные поверхности качественно характеризуют распределение поля в пространстве подобно тому, как линии уровня отражают рельеф поверхности на географических картах. Вектор напряжённости перпендикулярен эквипотенциальным поверхностям и направлен в сторону уменьшения потенциала.

Эквипотенциальные поверхности строятся обычно так, что разность потенциалов между двумя соседними поверхностями постоянна. Поэтому согласно формуле (14.21) расстояния между соседними эквипотенциальными

поверхностями увеличиваются по мере удаления от точечного заряда, так как напряжённость поля уменьшается.

Эквипотенциальные поверхности однородного поля расположены на равных расстояниях друг от друга.

Важно

Эквипотенциальной является поверхность любого проводника в электростатическом поле. Ведь силовые линии перпендикулярны поверхности проводника. Причём не только поверхность, но и все точки внутри проводника имеют один и тот же потенциал. Напряжённость поля внутри проводника равна нулю, значит, равна нулю и разность потенциалов между любыми точками проводника.

ЗАДАНИЕ

Вопросы (ответить письменно)

1. Чему равна разность потенциалов между двумя точками заряженного проводника?
2. Как связана разность потенциалов с напряжённостью электрического поля?
3. Потенциал электростатического поля возрастает в направлении снизу вверх. Куда направлен вектор напряжённости поля?
4. Как строятся эквипотенциальные поверхности?
5. Как по картине эквипотенциальных поверхностей поля можно судить о значении напряжённости в различных его точках?

Примеры решения задач по теме «Потенциальная энергия электростатического поля. Разность потенциалов»

При решении задач надо учитывать, что работа сил, действующих на заряд со стороны поля, выражается через разность потенциальных энергий или разность потенциалов (см. формулу (14.20)). Потенциал однородного поля определяется формулой (14.16), при этом надо всегда указывать, как выбран нулевой уровень потенциала.

Часто при решении задач надо учитывать, что все точки проводника в электростатическом поле имеют один и тот же потенциал, а напряжённость поля внутри проводника равна нулю.

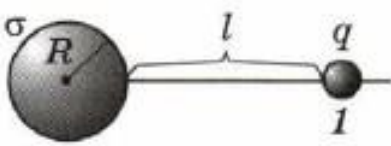


Рис. 14.35

Задача 1. Определите значение напряжённости и потенциала поля в точке А, находящейся на расстоянии $l = 20$ см от поверхности заряженной проводящей сферы радиусом $R = 10$ см, если потенциал сферы $\varphi_0 = 240$ В.

Решение. Напряжённость поля сферы в точке А

$$E_A = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0(R + l)^2}, \quad (1)$$

где q_0 — заряд сферы. Потенциал сферы и потенциал поля в точке А равны соответственно

$$\varphi_0 = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 R}, \quad (2)$$

$$\varphi_A = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0(R + l)}. \quad (3)$$

Выражая из формулы (2) заряд сферы q_0 и подставляя полученное выражение в формулы (1) и (3), получаем для напряжённости E_A и потенциала φ_A следующие выражения:

$$E_A = \varphi_0 R / (R + l)^2 \approx 267 \text{ Н/Кл}, \quad \varphi_A = \varphi_0 R / (R + l) = 80 \text{ В}.$$

Задача 2. Какую работу А необходимо совершить, чтобы перенести заряд $q = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $l = 90$ см от поверхности сферы радиусом $R = 10$ см, если поверхностная плотность заряда сферы $\sigma = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м²?

Решение. Работа, совершаемая при перенесении заряда q из бесконечности в точку 1 (рис. 14.35), равна увеличению потенциальной энергии заряда:

$$A = \Delta W_{\Pi} = W_{\Pi 1} - W_{\infty}.$$

Так как площадь поверхности сферы равна $4\pi R^2$, то заряд сферы равен $4\pi R^2 \sigma$. Тогда потенциал поля в точке 1

$$\varphi_1 = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi \varepsilon_0 (R + l)} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 (R + l)},$$

следовательно,

$$A = q\varphi_1 = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon_0 (R + l)} \approx 6,8 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

Задача 3. К закреплённому заряженному шарiku зарядом $+q$ движется протон. На расстоянии $r = r_1$ скорость протона v_1 . Определите, на какое минимальное расстояние приблизится протон к шарiku.

Р е ш е н и е. Энергия протона на расстоянии r_1 равна сумме его потенциальной и кинетической энергий:

$$W_1 = k \frac{qq_p}{r_1} + \frac{mv_1^2}{2},$$

на расстоянии $r_{\min}$ (протон останавливается) — только потенциальной энергии:

$$W_2 = k \frac{qq_p}{r_{\min}}.$$

Кулоновская сила — консервативная, следовательно, можно записать закон сохранения энергии:

$$W_1 = W_2, \quad k \frac{qq_p}{r_1} + \frac{mv_1^2}{2} = k \frac{qq_p}{r_{\min}}, \quad \text{откуда}$$

$$r_{\min} = kqq_p / \left(\frac{kqq_p}{r_1} + \frac{mv_1^2}{2} \right).$$

Задача 4. В центр незаряженной металлической сферической оболочки с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R_2 помещают заряд q (рис. 14.36, а). Определите напряжённость и потенциал поля как функции расстояния от центра сферы.

Р е ш е н и е. Если заряд находится в центре, на внутренней поверхности металлической оболочки индуцируется заряд противоположного знака, а на внешней — того же знака, что и заряд q . При этом сумма индуцированных зарядов равна нулю (закон сохранения заряда).

Силовые линии поля начинаются на заряде q и заканчиваются на внутренней поверхности оболочки, а затем опять начинаются на внешней поверхности оболочки. Напряжённость электрического поля внутри проводника равна нулю. Картина силовых линий поля данной системы аналогична картине силовых линий поля точечного заряда за исключением области, занимаемой оболочкой. Здесь силовые линии терпят разрыв.

Итак, $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ при $r \leq R_1$ и $r \geq R_2$,
 $E = 0$ при $R_1 < r < R_2$.

На рисунке 14.36, б изображена зависимость напряжённости $E(r)$.

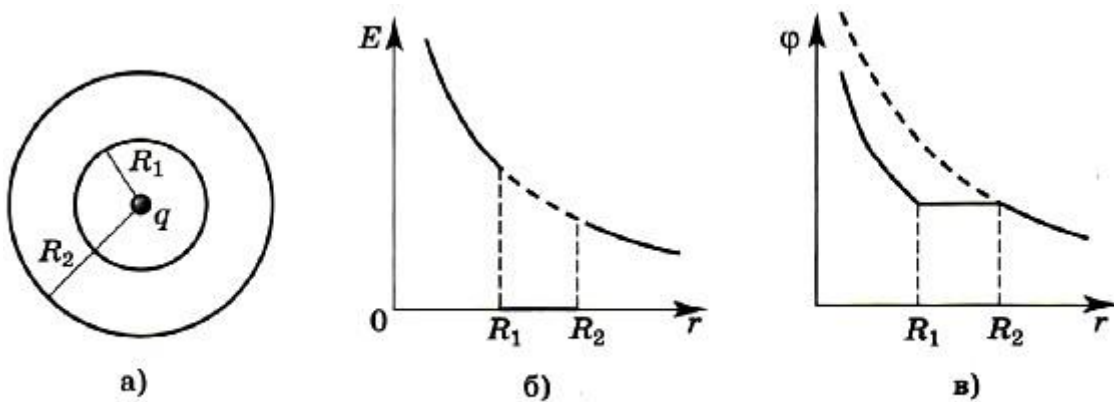


Рис. 14.36

Согласно принципу суперпозиции потенциал любой точки поля складывается из потенциала поля заряда q , проводящей сферы радиусом R_1 , с зарядом $-q$ и проводящей сферы радиусом R_2 с зарядом $+q$.

При $r < R_1$ $\varphi = k\frac{q}{r} - k\frac{q}{R_1} + k\frac{q}{R_2} = kq\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$.

При $R_1 < r < R_2$ $\varphi = k\frac{q}{r} - k\frac{q}{r} + k\frac{q}{R_2} = k\frac{q}{R_2}$.

Потенциалы во всех точках проводника равны.

При $r > R_2$ $\varphi = k\frac{q}{r} - k\frac{q}{r} + k\frac{q}{r} = k\frac{q}{r}$.

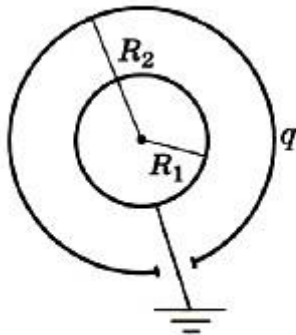


Рис. 14.37

На рисунке 14.36, в изображена зависимость потенциала $\varphi(r)$.

Задача 5. Металлический шарик радиусом $R_1 = 20$ см окружили тонкой сферической заряженной оболочкой, радиус которой $R_2 = 40$ см и заряд $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл (рис. 14.37). Определите потенциал оболочки и заряд шарика после того, как его заземлили.

Решение. После заземления шарика в системе будет происходить перетекание заряда до тех пор, пока потенциал шарика не станет равным нулю.

Потенциал шарика $\varphi = k\frac{q_x}{R_1} + k\frac{q}{R_2} = 0$, где q_x — заряд шарика. Отсюда $q_x = -qR_1/R_2 = -10^{-6}$ Кл.

Запишем выражение для потенциала оболочки и подставим в него выражение для заряда q_x шарика:

$$\varphi_{об} = k \frac{q}{R_2} + k \frac{q_x}{R_2} = \frac{k}{R_2} q \left(1 - \frac{R_1}{R_2} \right) = \frac{kq(R_2 - R_1)}{R_2^2} = 2,25 \cdot 10^4 \text{ В.}$$

Задачи для самостоятельного решения

(решить не меньше двух)

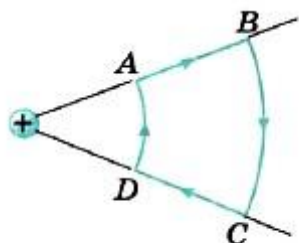


Рис. 14.38

1. Электрический заряд $q_1 > 0$ переместили по замкнутому контуру ABCD в поле точечного заряда $q_2 > 0$ (рис. 14.38). На каких участках работа поля по перемещению заряда была положительной? отрицательной? равной нулю? Как изменялась потенциальная энергия системы? Чему равна полная работа поля по перемещению заряда?
2. Двигаясь в электрическом поле, электрон перешёл из одной точки в другую, потенциал которой выше на 1 В. Насколько изменилась кинетическая энергия электрона? потенциальная энергия электрона?
3. Два одинаковых шарика, имеющие одинаковые одноимённые заряды, соединены пружиной, жёсткость которой $k = 10^3 \text{ Н/м}$, а длина $l_0 = 4 \text{ см}$. Шарiki колеблются так, что расстояние между ними изменяется от 3 до 6 см. Определите заряды шариков.
4. Разность потенциалов между точками, лежащими на одной силовой линии на расстоянии 3 см друг от друга, равна 120 В. Определите напряжённость электростатического поля, если известно, что поле однородно.
5. У электрона, движущегося в электрическом поле, увеличилась скорость с $v_1 \approx 1 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ до $v_2 \approx 3 \cdot 10^7 \text{ м/с}$. Определите разность потенциалов между начальной и конечной точками перемещения электрона. Отношение заряда электрона к его массе $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$.

Образцы заданий ЕГЭ (по желанию)

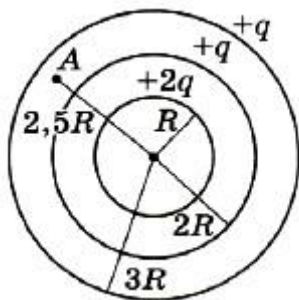
A1. Заряженная пылинка движется между двумя одинаковыми заряженными вертикальными пластинами, расположенными напротив друг друга. Разность потенциалов между пластинами 500 В, масса пылинки столь мала, что силой тяжести можно пренебречь. Какую кинетическую энергию приобретает пылинка при перемещении от одной пластины до другой, если её заряд 4 нКл?

- 1) 2 мкДж 2) 1 мкДж 3) 4 мкДж 4) 0,08 мкДж

A2. Заряженная пылинка движется вертикально между двумя одинаковыми горизонтальными пластинами размером 5X5 см, расположенными напротив друг друга на расстоянии 0,5 см, разность потенциалов между которыми 300 В. Её кинетическая энергия при перемещении от одной пластины до другой изменяется на 1,5 мкДж. Чему равен заряд пылинки? Силу тяжести не учитывайте.

- 1) 10 нКл 2) 1,5 нКл 3) 5 нКл 4) 0,25 нКл

C3. Песчинка, имеющая заряд 10^{-11} Кл, влетела в однородное электрическое поле вдоль его силовых линий с начальной скоростью 0,1 м/с и переместилась на расстояние 4 см. Чему равна масса песчинки, если её скорость увеличилась на 0,2 м/с при напряжённости поля 10^5 В/м? Силу тяжести не учитывайте.



C4. Три концентрические сферы радиусами R , $2R$ и $3R$ (см. рис.) имеют равномерно распределённые по их поверхностям заряды $q_1 = +2q$, $q_2 = +q$, $q_3 = +q$ соответственно. Известно, что точечный заряд q создаёт на расстоянии R электрическое поле с потенциалом $\varphi_1 = 100$ В. Чему равен потенциал в точке A , отстоящей от центра сфер на расстоянии $R_A = 2,5R$?