Законспектировать и фотографии конспектов выслать на электронную почту roman-sergeevich1982@mail.ru

§ 1. ФОРМУЛА НЬЮТОНА — ЛЕЙБНИЦА

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

1. Интегралом от a до b функции f называется приращение первообразной F этой функции, т. е. $F(b)-F(a)$ (очевидно, что это приращение не зависит от выбора первообразной).

2. Интеграл от a до b функции f обозначается так: $\int\limits_a^b f(x)dx$ (читается: «Интеграл от a до b эф от икс дэ икс»). Числа a и b называются пределами интегрирования, a — нижним, b — верхним пределом. Знак $\int$ называется знаком интеграла, функция f — подынтегральной функцией, x — переменной интегрирования. Отрезок с концами a и b называется отрезком интегрирования.

3. Заметим, что верхний предел интегрирования необязательно больше нижнего предела; может быть $a>b$, $a=b$.

4. По определению интеграла: если $F'=f$, то

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx=F(b)-F(a). \qquad (1)$$

Это равенство называется формулой Ньютона — Лейбница.

5. Для удобства записи приращение первообразной $F(b)-F(a)$ сокращенно обозначается так: $F(x)\Big|_a^b$, т. е. $F(b)-F(a)=F(x)\Big|_a^b$.

6. Формулу для вычисления площади криволинейной трапеции (см. предыдущую главу, § 4) с помощью интеграла можно записать таким образом:

$$S=\int\limits_a^b f(x)\,dx=F(b)-F(a). \qquad (2)$$

Формула (2) верна для любой функции f, непрерывной на отрезке $[a; b]$.

7. Интеграл вида $\int\limits_a^x f(t)\,dt$ называется интегралом с переменным верхним пределом. Этот интеграл есть такая первообразная функции f, которая в точке $x=a$ обращается в нуль, и, следовательно, справедлива формула $\left(\int\limits_a^x f(t)\,dt\right)'=f(x)$.