Законспектировать и фотографии конспектов прислать на электронную почту Roman-sergeevich1982@mail.ru

§ 3. МОНОТОННОСТЬ ФУНКЦИИ

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

1. Функция $f(x)$ называется возрастающей на данном числовом промежутке X, если большему значению аргумента $x \in X$ соответствует большее значение функции $f(x)$, т. е. для любых x_1 и x_2 из промежутка X, таких, что $x_2 > x_1$, выполнено неравенство $f(x_2) > f(x_1)$.

2. Функция $f(x)$ называется убывающей на данном числовом промежутке X, если большему значению аргумента $x \in X$ соответствует меньшее значение функции $f(x)$, т. е. для любых x_1 и x_2 из промежутка X, таких, что $x_2 > x_1$, выполнено неравенство $f(x_2) < f(x_1)$.

3. Функция, только возрастающая или только убывающая на данном числовом промежутке, называется монотонной на этом промежутке.

4. О монотонности функции можно судить по ее графику. Например, функция, график которой изображен на рисунке 8, возрастает при всех значениях x. Функция, график которой изображен на рисунке 9, убывает на промежутке $(-\infty; 0]$ и возрастает на промежутке $[0; +\infty)$.

УПРАЖНЕНИЯ С РЕШЕНИЯМИ

Доказать, что функция, заданная формулой $f(x) = 3x^2$, где $x \geqslant 0$, возрастающая.

Решение. Пусть $x_2 > x_1$, где $x_2 > 0$ и $x_1 \geqslant 0$. Тогда

$$f(x_2) - f(x_1) = 3x_2^2 - 3x_1^2 = 3(x_2^2 - x_1^2) = 3(x_2 - x_1)(x_2 + x_1) > 0.$$

Итак, из неравенства $x_2 > x_1 \geqslant 0$ следует неравенство $f(x_2) > f(x_1)$, т. е. большему значению аргумента $x \in D(f)$ соответствует большее значение функции. Следовательно, функция $f(x)$ возрастающая на промежутке $[0; \infty)$.